BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
CỤM 5 TRƯỜNG THPT CHUYÊN

KỲ THI THỬ THPTQG NĂM HỌC 2017 – 2018
MÔN TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[a;b\right]$. Giả sử hàm số $u=u\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\left[a;b\right]$ và $u\left(x\right)\in\left[\alpha;\beta\right]\forall x\in\left[a;b\right]$, hơn nữa $f\left(u\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\int\limits_a^b f\left(u\left(x\right)\right)u'dx=\int\limits_{u(a)}^{u(b)} f\left(u\right)du$
B. $\int\limits_a^b f\left(u\left(x\right)\right)u'dx=\int\limits_a^b f\left(u\right)du$

C. $\int\limits_{u(a)}^{u(b)} f\left(u\left(x\right)\right)u'\left(x\right)dx=\int\limits_a^b f\left(u\right)du$
D. $\int\limits_a^b f\left(u\left(x\right)\right)u'\left(x\right)dx=\int\limits_a^b f\left(x\right)du$

Câu 2: Cho số tự nhiên n thỏa mãn $C_n^2+A_n^2=9n$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. n chia hết cho 5 **B.** n chia hết cho 3 **C.** n chia hết cho 7 **D.** n chia hết cho 2

Câu 3: Cắt hình nón bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối nón đó.

A. $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{6}$ **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$ **C.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{2}$ **D.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A\left(1;2;3\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x+y-4z+1=0$. Đường thẳng $\left(d\right)$ qua điểm A, song song với mặt phẳng $\left(P\right)$, đồng thời cắt trục Oz. Viết phương trình tham số đường thẳng $\left(d\right)$

A. $\begin{cases}x=1+5t\\y=2-6t\\z=3+t\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2+6t\\z=3+t\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=2+2t\\z=3+t\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=t\\y=2t\\z=2+t\end{cases}$

Câu 5: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{9x^2+6x+4}}{x+2}$

A. $x=-2$ và $y=-3$
B. $x=-2$ và $y=3$
C. $y=3$ và $x=2$
D. $y=-3, y=3$ và $x=-2$

Câu 6: Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $P\left(x\right)=\left(x+1\right)^{20}$

A. C_{20}^7 **B.** A_{20}^7 **C.** $A_{20}13$ **D.** P_7

Câu 7: Cho số phức $z_1 = 2+3i,\ z_2 = -4-5i.$ Tính $z = z_1 + z_2$

A. $z = 2-2i$ **B.** $z = -2-2i$ **C.** $z = 2+2i$ **D.** $z = -2+2i$

Câu 8: Cho 3 số a, b, c theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân với công bội khác 1. Biết cũng theo thứtự đó chúng lần lượt là số thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng công sai là $s \neq 0.$ Tính $\frac{a}{s}$

A. 3 **B.** $\frac{4}{9}$ **C.** $\frac{4}{3}$ **D.** 9

Câu 9: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{(x+1)^2}$

A. $\int \frac{1}{(x+1)^2}dx = \frac{-2}{(x+1)^3} + C$ **B.** $\int \frac{1}{(x+1)^2}dx = \frac{-1}{x+1} + C$

C. $\int \frac{1}{(x+1)^2}dx = \frac{1}{x+1} + C$ **D.** $\int \frac{1}{(x+1)^2}dx = \frac{2}{(x+1)^3} + C$

Câu 10: Hàm số nào sau đây là đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)$?

A. $y' = \frac{1}{2(x-1)\ln 2}$ **B.** $y' = \frac{\ln 2}{x-1}$ **C.** $y' = \frac{1}{2(x-1)}$ **D.** $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$

Câu 11: Tìm nghiệm thực của phương trình $2^x = 7$

A. $x = \log_7 2$ **B.** $x = \log_2 7$ **C.** $x = \sqrt{7}$ **D.** $x = \frac{7}{2}$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho vecto $\vec{u} = (x;2;1)$ và vec tơ $\vec{v} = (1;-1;2x)$. Tính tích vô hướng của $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

A. $-2-x$ **B.** $3x+2$ **C.** $3x-2$ **D.** $x+2$

Câu 13: Cho a, b là hai số thực khác 0. Biết $\left(\frac{1}{125}\right)^{a^2+4ab} = \left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-10ab}$. Tính tỉ số $\frac{a}{b}$

A. $\frac{76}{3}$ **B.** $\frac{4}{21}$ **C.** 2 **D.** $\frac{76}{21}$

Câu 14: Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$?

A. $(0;-1)$ **B.** $(1;-2)$ **C.** $(-1;2)$ **D.** $(2;7)$

Câu 15: Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$ là $z = a + bi,\ a,b \in R.$ Tính $a + \sqrt{3}b$

A. 2 **B.** 1 **C.** -2 **D.** -1

Câu 16: Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)dx$

A. $I=-1$ **B.** $I=1$ **C.** $I=0$ **D.** $I=\frac{\pi}{4}$

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình chính tắc của mặt cầu có đường kính AB với $A(2;1;0),B(0;1;2)$

A. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$ **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=2$

C. $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4$ **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2=4$

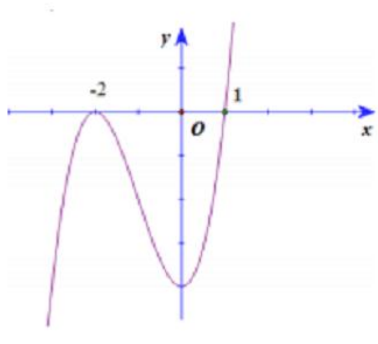
Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\searrow$	$-\infty$ $\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây ?

A. $(0;2)$ **B.** $(-\infty;2)$ **C.** $(2;+\infty)$ **D.** $(0;+\infty)$

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau :



Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x)=1$

A. 0 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Câu 20: Cho hình chóp S.ABCD có ABCD là hình bình hành tâm O, I là trung diểm của cạnh SC. Khẳng định nào sau đây sai ?

A. Giao tuyến của hai mặt phẳng (IBD) và (SAC) là IO

B. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAB)

C. Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp S.ABCD theo thiết diện là 1 tứ giác.

D. Đường thẳng IO song song với mặt phẳng (SAD)

Câu 21: Gọi x_1 là điểm cực đại, x_2 là điểm cực tiểu của hàm số $y=-x^3+3x+2$. Tính x_1+x_2

A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** -1

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz có bao nhiêu mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q): x+y+z+3=0$, cách điểm $M(3;2;1)$ một khoảng bằng $3\sqrt{3}$ biết rằng tồn tại một điểm $X(a;b;c)$ trên mặt phẳng đó thỏa mãn $a+b+c<-2$?

A. 2 **B.** 1 **C.** Vô số **D.** 0

Câu 23: Trong tất cả các loại hình đa diện sau, hình nào có số mặt nhiều nhất ?

A. Loại $\{3;5\}$ **B.** Loại $\{5;3\}$ **C.** Loại $\{4;3\}$ **D.** Loại $\{3;4\}$

Câu 24: Tính giới hạn $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{4x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+3}}{3x+2}$

A. $\dfrac{1}{3}$ **B.** $-\dfrac{1}{3}$ **C.** $\dfrac{2}{3}$ **D.** $-\dfrac{2}{3}$

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P) có vecto pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-1;1)$. Vectơ nào sau đây cũng là vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $(-2;1;1)$ **B.** $(-4;2;3)$ **C.** $(4;2;-2)$ **D.** $(4;-2;2)$

Câu 26: Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)=4\sqrt{x^2-2x+3}+2x-x^2$. Tính tích các nghiệm của phương trình $f(x)=M$

A. -1 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Câu 27: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $AB=2a, BC=a$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S trên mặt phẳng đáy là trung điểm của cạnh AB, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 60°. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SB và AC.

A. $\dfrac{2}{\sqrt{35}}$ **B.** $\dfrac{2}{\sqrt{7}}$ **C.** $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ O và điểm $I(0;1;1)$. Gọi S là tập hợp các điểm nằm trên mặt phẳng (Oxy), cách đường thẳng Δ một khoảng bằng 6. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi S.

A. $36\sqrt{2}\pi$ **B.** 18π **C.** 36π **D.** $18\sqrt{2}\pi$

Câu 29: Cho $I_n = \int_0^1 \frac{e^{-nx}dx}{1+e^{-x}}$, $n \in \mathbb{N}$. Đặt $u_n = 1(I_1+I_2)+2(I_2+I_3)+3(I_3+I_4)+...+n(I_n+I_{n1})-n$.

Biết $\lim u_n = L$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $L \in (-2;-1)$ **B.** $L \in (-1;0)$ **C.** $L \in (1;2)$ **D.** $L \in (0;1)$

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai đường thẳng

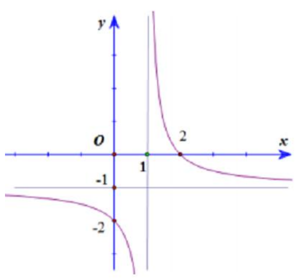
$d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}, d_2: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \\ z = m \end{cases}$. Gọi S là tập hợp tất cả các số m sao cho đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau và khoảng cách giữa chúng bằng $\frac{5}{\sqrt{19}}$. Tính tổng các phần tử của S.

A. 11 **B.** -12 **C.** 12 **D.** -11

Câu 31: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 2, |z_2| = \sqrt{3}$. Gọi M, N là các điểm biểu diễn cho z_1 và iz_2. Biết $MON = 30^0$. Tính $S = |z_1^2 + 4z_2^2|$?

A. $\sqrt{5}$ **B.** $4\sqrt{7}$ **C.** $3\sqrt{3}$ **D.** $5\sqrt{2}$

Câu 32: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ, a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$

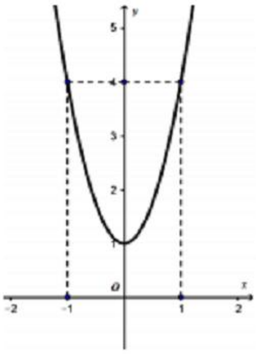


A. $T = -9$ **B.** $T = -7$ **C.** $T = 12$ **D.** $T = 10$

Câu 33: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \left|\sin x + \cos x + \tan x + \cot x + \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}\right|$

A. $2\sqrt{2}-1$ **B.** $\sqrt{2}+1$ **C.** $2\sqrt{2}+1$ **D.** $\sqrt{2}-1$

Câu 34: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\left(a;b;c;d\in R,a\ne 0\right)$ có đồ thị $\left(C\right)$. Biết rằng đồ thị $\left(C\right)$ đi qua gốc tọa độ và có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ cho bởi hình vẽ sau đây.



Tính giá trị $H=f\left(4\right)-f\left(2\right)$

A. $H=51$ **B.** $H=54$ **C.** $H=58$ **D.** $H=64$

Câu 35: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$, gọi d là tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng $m-2$. Biết đường thẳng d cắt tiệm cận đứng của đồ thị hàm số tại điểm $A\left(x_1;y_1\right)$ và cắt tiệm cận ngang của đồ thị hàm số tại điểm $B\left(x_2;y_2\right)$. Gọi S là tập hợp các số m sao cho $x_2+y_1=-5$. Tính tổng bình phương các phần tử của S.

A. 4 **B.** 0 **C.** 10 **D.** 9

Câu 36: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Dựng mặt phẳng (P) cách đều năm điểm A, B, C, D và S. Hỏi có tất cả bao nhiêu mặt phẳng (P) như vậy?

A. 2 mặt phẳng **B.** 5 mặt phẳng **C.** 1 mặt phẳng **D.** 4 mặt phẳng

Câu 37: Từ các chữ số $\left\{0;1;2;3;4;5;6\right\}$ viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Tính xác suất để viết được các số thỏa mãn điều kiện $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6$

A. $p=\dfrac{5}{158}$ **B.** $p=\dfrac{4}{135}$ **C.** $p=\dfrac{4}{85}$ **D.** $p=\dfrac{3}{20}$

Câu 38: Có bao nhiêu số nguyên dương n sao cho $S=2+\left(C_1^0+C_2^0+...+C_n^0\right)+\left(C_1^1+C_2^1+...+C_n^1\right)+...+\left(C_{n-1}^{n-1}+C_n^{n-1}\right)+C_n^n$ là một số có 1000 chữ số.

A. 3 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 2

Câu 39: Cho bất phương trình $m.3^{x+1}+(3m+2)\left(4-\sqrt{7}\right)^x+\left(4+\sqrt{7}\right)^x>0,$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho có nghiệm đúng với mọi $x\in(-\infty;0)$

A. $m\ge\dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$ **B.** $m>\dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$ **C.** $m>\dfrac{2+2\sqrt{3}}{3}$ **D.** $m\ge-\dfrac{2-2\sqrt{3}}{3}$

Câu 40: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, cạnh $BC=a\sqrt{6}$. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60°. Tính thể tích V của khối đa diện $AB'CA'C'$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$ **D.** $a^3\sqrt{3}$

Câu 41: Cho số thực $a>0$. Giả sử hàm số $f(x)$ liên tục và luôn dương trên đoạn $[0;a]$ thỏa mãn $f(x).f(a-x)=1,\ \forall x\in[0;a].$ Tính tích phân $I=\int_0^a\dfrac{1}{1+f(x)}dx.$

A. $I=\dfrac{a}{2}$ **B.** $I=a$ **C.** $I=\dfrac{2a}{3}$ **D.** $I=\dfrac{a}{3}$

Câu 42: Cho mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau theo giao tuyến Δ. Trên đường thẳng Δ lấy hai điểm A, B với $AB=a.$ Trong mặt phẳng (P) lấy điểm C và trong mặt phẳng (Q) lấy điểm D sao cho AC, BD cũng vuông góc với Δ và $AC=BD=AB$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD là :

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$ **C.** $a\sqrt{3}$ **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 43: Trước kỳ thi học kỳ 2 của lớp 11 tại trường FIVE, giáo viên Toán lớp FIVA giao cho học sinh để cương ôn tập gồm 2n bài toán, n là số nguyên dương lớn hơn 1. Đề thi học kỳ của lớp FIVA sẽ gồm 3 bài toán được chọn ngẫu nhiên trong số 2n bài toán đó. Một học sinh muốn không phải thi lại, sẽ phải làm được ít nhất 2 trong số 3 bài toán đó. Học sinh TWO chỉ giải chính xác được đúng 1 nửa số bài trong đề cương trước khi đi thi, nửa còn lại học sinh đó không thể giải được. Tính xác suất để TWO không phải thi lại ?

A. $\dfrac{2}{3}$ **B.** $\dfrac{1}{2}$ **C.** $\dfrac{3}{4}$ **D.** $\dfrac{1}{3}$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$. Biết rằng (ABC) đi qua điểm $M\left(\frac{1}{7};\frac{2}{7};\frac{3}{7}\right)$ và tiếp xúc với mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=\frac{72}{7}$. Tính $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$

A. $\frac{7}{2}$ **B.** $\frac{1}{7}$ **C.** 14 **D.** 7

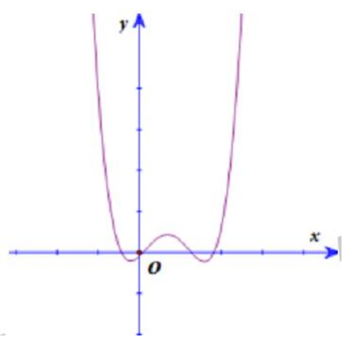
Câu 45: Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sin x, y=\cos x, x=0, x=a$ (với $a\in\left[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{1}{2}\left(-3+4\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$. Hỏi số a thuộc khoảng nào sau đây?

A. $\left(\frac{11}{10};\frac{3}{2}\right)$ **B.** $\left(\frac{51}{50};\frac{11}{10}\right)$ **C.** $\left(\frac{7}{10};1\right)$ **D.** $\left(1;\frac{51}{50}\right)$

Câu 46: Cho hàm số $y=\frac{x^2-|m|x+4}{x-|m|}$. Biết rằng đồ thị hàm số có hai điểm cực trị phân biệt A, B. Tìm số giá trị m sao cho ba điểm $A,B,C(4;2)$ phân biệt thẳng hàng.

A. 1 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 2

Câu 47: Biết rằng đồ thị hàm số bậc 4: $y=f(x)$ được cho như hình vẽ sau:



Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=g(x)=\left[f'(x)\right]^2-f(x).f''(x)$ và trục Ox.

A. 0 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 6

Câu 48: Cho $f(x)=\frac{x}{\cos^2 x}$ trên $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $xf'(x)$ thỏa mãn $F(0)=0$. Biết $a\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ thỏa mãn $\tan a=3$. Tính $F(a)-10a^2+3a$.

A. $\frac{1}{2}\ln 10$ **B.** $-\frac{1}{4}\ln 10$ **C.** $-\frac{1}{2}\ln 10$ **D.** $\ln 10$

Câu 49: Cho hình chóp S.ABCD có đáy hình chữ nhật, $AB = a; AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45^0. Gọi M là trung điểm của SD. Tính theo a khoảng cách d từ điểm M đến mặt phẳng (SAC)

A. $d = \dfrac{a\sqrt{1315}}{89}$ **B.** $d = \dfrac{2a\sqrt{1315}}{89}$ **C.** $d = \dfrac{2a\sqrt{1513}}{89}$ **D.** $d = \dfrac{a\sqrt{1513}}{89}$

Câu 50: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn và $|z_1 + 1 - i| = 2$ và $z_2 = iz_1$. Tìm giá trị lớn nhất m của biểu thức $|z_1 - z_2|$.

A. $m = 2$ **B.** $m = 2\sqrt{2} + 2$ **C.** $m = 2\sqrt{2}$ **D.** $m = \sqrt{2} + 1$

Đáp án

1-A	2-C	3-D	4-D	5-D	6-A	7-B	8-D	9-B	10D-
11-B	12-C	13-B	14-C	15-A	16-C	17-A	18-A	19-B	20-C
21-C	22-D	23-A	24-B	25-D	26-A	27-A	28-A	29-B	30-B
31-B	32-A	33-A	34-C	35-C	36-B	37-B	38-A	39-A	40-D
41-A	42-D	43-B	44-A	45-B	46-B	47-A	48-A	49-D	50-B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A

Phương pháp: Sử dụng phương pháp đổi biến, đặt $t = u(x)$

Cách giải:

Đặt $t = u(x) \Rightarrow dt = u'(x)dx$. Đổi cận $\begin{cases} x = a \Rightarrow t = u(a) \\ x = b \Rightarrow t = u(b) \end{cases}$

$$I = \int_a^b f(u(x))u'(x)dx = \int_{u(a)}^{u(b)} f(t)dt = \int_{u(a)}^{u(b)} f(u)du$$

Câu 2: Đáp án C

Phương pháp: Sử dụng các công thức $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}; A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$

Cách giải: ĐK $n \ge 2$

$$C_n^2 + A_n^2 = 9n \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} + \frac{n!}{(n-2)!} = 9n \Leftrightarrow \frac{3}{2}n(n-1) = 9n \Leftrightarrow n - 1 = 6 \Leftrightarrow n = 7$$

Câu 3: Đáp án D

Phương pháp: $V_{non}=\frac{1}{3}\pi R^2h$ trong đó R; h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của khối nón.

Cách giải: Ta có $R=\frac{a\sqrt{6}}{2}=h\Rightarrow V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{\pi a^3\sqrt{6}}{4}$

Câu 4: Đáp án D

Phương pháp: Giả sử đường thẳng (d) cắt trục Oz tại điểm $B(0;0;b)\Rightarrow \overrightarrow{AB}\perp \vec{n}_P$

Cách giải:

Giả sử đường thẳng (d) cắt trục Oz tại điểm $B(0;0;b)\Rightarrow \overrightarrow{AB}(-1;-2;b-3)$

$$d//(P)\Leftrightarrow \vec{u}_d\perp \vec{n}_{(P)}=(2;1;-4)$$
$$\Rightarrow -2-2-4(b-3)=0\Leftrightarrow -4b+8=0\Leftrightarrow b=2\Rightarrow B(0;0;2)$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{AB}(-1;-2;-1)=-(1;2;1)$$

Câu 5: Đáp án D

Phương pháp:

Nếu $\lim\limits_{x\to+\infty}y=a$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty}y=a\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai TCN là $y=a$.

Nếu $\lim\limits_{x\to x_0^+}y=\infty;\ \lim\limits_{x\to x_0^-}y=\infty\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai TCĐ là $x=x_0$.

Cách giải: TXĐ: $D=R\setminus\{-2\}$

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=3;\ \lim\limits_{x\to-\infty}y=-3\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai TCN là $y=3$ và $y=-3$

$\lim\limits_{x\to(-2)^+}y=+\infty;\ \lim\limits_{x\to(-2)^-}y=-\infty\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai TCĐ là $x=-2$

Câu 6: Đáp án A

Phương pháp: Sử dụng khai triển nhị thức Newton: $(a+b)^n=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k a^n b^{n-k}$

Cách giải: $P(x)=(x+1)^{20}=\sum\limits_{k=0}^{20}C_{20}^k.x^k$.

Để tìm hệ số của x^7 ta cho $k=7$, khi đó hệ số của x^7 là C_{20}^7

Câu 7: Đáp án B

Phương pháp: $z_1=a_1+b_1i;z_2=a_2+b_2i\Rightarrow z_1+z_2=(a_1+a_2)+(b_1+b_2)i$

Cách giải: $z_1+z_2=(2+3i)+(-4-5i)=-2-2i$

Câu 8: Đáp án D

Phương pháp:

Sử dụng công thức tổng quát của CSC $u_n = u_1 + (n-1)d$ và tính chất của CSN $u_{n-1}u_{n+1} = u_n^2$

Cách giải:

a, b, c lần lượt là số thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng công sai là $s \neq 0$ nên ta có $\begin{cases} b = a + 3s \\ c = a + 7s \end{cases}$ a, b, c theo thứ tự tạo thành một cấp số nhân với công bội khác 1 nên ta có

$$ac = b^2 \Leftrightarrow a(a+7s) = (a+3s)^2 \Leftrightarrow a^2 + 7as = a^2 + 6as + 9s^2 \Leftrightarrow 9s^2 = as \Leftrightarrow 9s = a \Leftrightarrow \frac{a}{s} = 9$$

Câu 9: Đáp án B

Phương pháp: Sử dụng công thức $\int \frac{1}{(ax+b)^2} = -\frac{1}{a(ax+b)} + C$

Cách giải: $\int \frac{1}{(x+1)^2} dx = \frac{-1}{x+1} + C$

Câu 10: Đáp án D

Phương pháp: $[\log_a u]' = \frac{u'}{u \ln a}$

Cách giải: $y' = \frac{1}{(x-1)\ln 2}$

Câu 11: Đáp án B

Phương pháp: $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$

Cách giải: $2^x = 7 \Leftrightarrow x = \log_2 7$

Câu 12: Đáp án C

Phương pháp: $\vec{a}(x_1; y_1; z_1), \vec{b}(x_2; y_2; z_2) \vec{a}.\vec{b} = x_1.x_2 + y_1.y_2 + z_1.z_2$

Cách giải: $\vec{u}.\vec{v} = x.1 + 2.(-1) + 1.2x = 3x - 2$

Câu 13: Đáp án B

Phương pháp : Đưa về cùng cơ số.

Cách giải :

$$\left(\frac{1}{125}\right)^{a^2+4ab} = \left(\sqrt[3]{625}\right)^{3a^2-10ab} \Leftrightarrow \left(5^{-3}\right)^{a^2+4ab} = \left(5^{\frac{4}{3}}\right)^{3a^2-10ab}$$

$$\Leftrightarrow 5^{-3a^2-12ab} = 5^{4a^2-\frac{10}{3}ab} \Leftrightarrow -3a^2 - 12ab = 4a^2 - \frac{40}{3}ab \Leftrightarrow 7a^2 = \frac{4}{3}ab \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{4}{21}$$

Câu 14: Đáp án C

Phương pháp : Thay tọa độ các điểm vào hàm số.

Cách giải :

Ta thấy $(-1)^4-2(-1)^2-1=-2\neq 2\Rightarrow(-1;2)$ không thuộc đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-1$

Câu 15: Đáp án A

Phương pháp :

Tìm nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2-z+1=0$ bằng MTCT.

Cách giải:

Sử dụng MTCT ta tính được nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình trên là

$$z=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\ b=\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}\Rightarrow a+\sqrt{3}b=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=2$$

Câu 16: Đáp án C

Phương pháp: $\int\sin(ax+b)dx=-\frac{1}{a}\cos(ax+b)+C$

Cách giải: $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)dx=\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$

Câu 17: Đáp án A

Phương pháp:

Mặt cầu có đường kính AB nhận trung điểm của AB làm tâm và có bán kính $R=\frac{AB}{2}$.

Cách giải: Gọi I là trung điểm của AB ta có $I(1;1;1), AB=\sqrt{(-2)^2+0^2+2^2}=2\sqrt{2}$

Vậy mặt cầu đường kính AB có tâm $I(1;1;1)$ và bán kính $R=\frac{AB}{2}=\sqrt{2}$

$\Rightarrow pt:(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=2$

Câu 18: Đáp án A

Phương pháp: Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)\Leftrightarrow f'(x)<0\forall x\in(a;b)$

Cách giải : Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và $(0;2)$

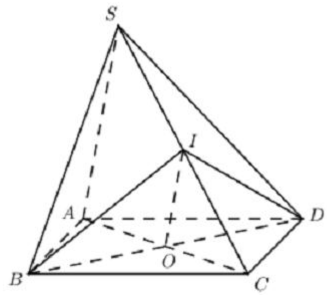
Câu 19: Đáp án B

Phương pháp:

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(x)=1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=1$

Cách giải: Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 1 điểm duy nhất. Do đó $f(x)=1$ có 1 nghiệm.

Câu 20: Đáp án C



Phương pháp: Suy luận từng đáp án.

Cách giải:

A đúng.

Ta có $IO//SA \Rightarrow IO//(SAB)$ và $IO//(SAD) \Rightarrow B, D$ đúng.

Mặt phẳng (IBD) cắt hình chóp S.ABCD theo thiết diện chính là tam giác IBD. C sai.

Câu 21: Đáp án C

Phương pháp: Tìm các điểm cực trị của hàm số.

Cách giải: TXĐ: $D=R$

Ta có: $y'=-3x^2+3=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$

Vì $a=-1<0 \Rightarrow x_{CD}<x_{CT} \Rightarrow \begin{cases} x_{CD}=x_1=-1 \\ x_{CT}=x_2=1 \end{cases} \Rightarrow x_1+2x_2=1$

Câu 22: Đáp án D

Phương pháp :

Gọi $(Q): x+y+z+a=0 (a\neq 3)$ là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P).

Sử dụng công thức tính khoảng cách từ 1 điểm đến một mặt phẳng.

Cách giải :

Gọi $(Q): x+y+z+a=0 (a\neq 3)$ là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P).

$$d(M;(Q))=\frac{|6+a|}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3} \Leftrightarrow |6+a|=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=3(ktm) \\ a=-15 \end{array}\right.$$

Với $a=-15 \Rightarrow (Q): x+y+z-15=0$

$X(a;b;c)\in(Q) \Leftrightarrow a+b+c=15 (ktm)$. Vậy không có mặt phẳng (Q) nào thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 23: Đáp án A

Câu 24: Đáp án B

Phương pháp : Chia cả tử và mẫu cho x và sử dụng giới hạn $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^n}=0\left(n>0\right)$

Cách giải :

$$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{4x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x+3}}{3x+2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{4+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+\sqrt{1-\frac{1}{x}+\frac{3}{x^2}}}{3+\frac{2}{x}}=\frac{-2+1}{3}=-\frac{1}{3}$$

Câu 25: Đáp án D

Phương pháp : Nếu $\vec{n}$ là 1VTPT của $\left(P\right)\Rightarrow k\vec{n}\left(k\neq 0\right)$ cũng là 1 VTPT của $\left(P\right)$

Câu 26: Đáp án A

Phương pháp: Đặt $t=\sqrt{x^2-2x+3}=\sqrt{\left(t-1\right)^2+2}\geq\sqrt{2}\Rightarrow t\in\left[\sqrt{2};+\infty\right)$

Cách giải: Đặt $t=\sqrt{x^2-2x+3}=\sqrt{\left(t-1\right)^2+2}\geq\sqrt{2}\Rightarrow t\in\left[\sqrt{2};+\infty\right)$

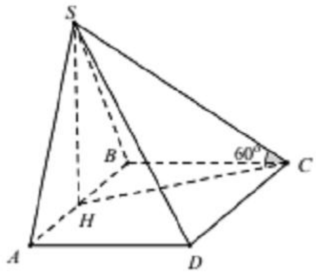
Khi đó ta có $f\left(t\right)=-t^2+4t+3=-\left(t-2\right)^2+7\geq 7\Rightarrow \max\limits_{\left[\sqrt{2};+\infty\right)} f\left(t\right)=7\Leftrightarrow t=2\Leftrightarrow M=7$

$f\left(t\right)=7\Leftrightarrow\sqrt{x^2-2x+3}=2\Leftrightarrow x^2-2x-1=0$

Khi đó tích hai nghiệm của phương trình này bằng -1

Câu 27: Đáp án A

Phương pháp: Sử dụng công thức $\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{AC}=SB.AC.\cos\left(SB;AC\right)$



Cách giải: $HC=\sqrt{BH^2+BC^2}=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}$

Ta có $\left(SC;\left(ABCD\right)\right)=\left(SC;HC\right)=SHC=60^\circ$

Xét tam giác vuông SHC có $SH=HC.\tan 60^\circ=a\sqrt{2}.\sqrt{3}=a\sqrt{6}$

Ta có:

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{4a^2+a^2}=a\sqrt{5}$

$SB=\sqrt{SH^2+HB^2}=\sqrt{6a^2+a^2}=a\sqrt{7}$

Ta có:

$$\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AC}=\left(\overrightarrow{SH}+\overrightarrow{HB}\right).\overrightarrow{AC}=\underbrace{\overrightarrow{SH}.\overrightarrow{AC}}_{\vec{0}}+\overrightarrow{HB}.\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{HB}.\overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AC}=HB.AC.\cos\left(HB;AC\right)=HB.AC.\cos BAC=HB.AC.\frac{AB}{AC}=a.2a=2a^2$$

Lại có $\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AC}=SB.AC.\cos\left(SB;AC\right)\Rightarrow\cos\left(SB;AC\right)=\frac{\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AC}}{SB.AC}=\frac{2a^2}{a\sqrt{7}.a\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{35}}$

Câu 28: Đáp án A

Phương pháp:

Tính khoảng cách từ 1 điểm M đến đường thẳng $\Delta : d\left(M;(\Delta)\right)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{MI};\vec{u}_\Delta\right]\right|}{\left|\vec{u}_\Delta\right|}$ với $\vec{u}_\Delta$ là 1 VTCP của Δ và $I\in\Delta$ là 1 điểm bất kì.

Cách giải: Đường thẳng Δ nhận $\vec{u}=\overrightarrow{OI}=(0;1;1)$ là 1 VTCP.

Gọi $M(a;b;0)\in(Oxy)\Rightarrow d(M;\Delta)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{OM};\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{\sqrt{b^2+2a^2}}{\sqrt{2}}=6$

$$\Leftrightarrow b^2+2a^2=72\Leftrightarrow \frac{a^2}{36}+\frac{b^2}{72}=1\Leftrightarrow \frac{a^2}{6^2}+\frac{b^2}{\left(6\sqrt{2}\right)^2}=1$$

Như vậy tập hợp các điểm M là elip có phương trình $\dfrac{a^2}{6}+\dfrac{b^2}{\left(6\sqrt{2}\right)^2}=1(E)$

$$\Rightarrow S=S_{(E)}=\pi ab=\pi.6.6\sqrt{2}=36\sqrt{2}\pi$$

Câu 29: Đáp án B

Phương pháp: Tính tổng quát $n\left(I_n+I_{n+1}\right)$ bằng bao nhiêu, sau đó thay vào tính u_n và sử dụng công thức tổng của cấp số nhân để rút gọn u_n.

Cách giải:

Ta có: $I_n+I_{n+1}=\displaystyle\int_0^1\frac{e^{nx}dx}{1+e^{-x}}+\int_0^1\frac{e^{-(n+1)}dx}{1+e^{-x}}=\int_0^1\frac{e^{-nx}\left(1+e^{-x}\right)dx}{1+e^{-x}}=\int_0^1 e^{-nx}dx=\left.\frac{-e^{-nx}}{n}\right|_0^1=\frac{-e^{-n}+1}{n}$

$$\Rightarrow n\left(I_n+I_{n+1}\right)=1-e^{-n}$$

$$\Rightarrow u_n=1\left(I_1+I_2\right)+2\left(I_2+I_3\right)+3\left(I_3+I_4\right)+...+n\left(I_n+I_{n+1}\right)-n$$

$$u_n=1-e^{-1}+1-e^{-2}+...+1-e^{-n}-n=-\left(\frac{1}{e}+\frac{1}{e^2}+...+\frac{1}{e^n}\right)=-\frac{\frac{1}{e}\left(1-\frac{1}{e^n}\right)}{1-\frac{1}{e}}=\frac{\frac{1}{e^n}-1}{e-1}$$

$$\Rightarrow L=\lim u_n=\frac{-1}{e-1}\approx -0,58\in(-1;0)$$

Câu 30: Đáp án B

Phương pháp: Sử dụng công thức tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau:

$$d\left(d_1;d_2\right)=\frac{\left|\overrightarrow{M_1M_2}.\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]\right|}$$

Với $\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}$ lần lượt là các VTCP của $d_1;d_2;M_1\in d_1M_2\in d_2$

Cách giải:

Ta có $\overrightarrow{u_1}=\left(2;1;3\right);\overrightarrow{u_2}=\left(1;1;0\right)$ lần lượt là các VTCP của $d_1;d_2$. Ta có $\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]=\left(-3;3;1\right)$

Lấy $M_1\left(1;0;0\right)\in d_1;M_2\left(1;2;m\right)\in d_2\Rightarrow\overrightarrow{M_1M_2}=\left(0;2;m\right)$

$$\Rightarrow d\left(d_1;d_2\right)=\frac{\left|\overrightarrow{M_1M_2}.\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]\right|}=\frac{\left|6+m\right|}{\sqrt{19}}=\frac{5}{\sqrt{19}}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=-11\end{array}\right.\Rightarrow S=\left\{-1;-11\right\}$$

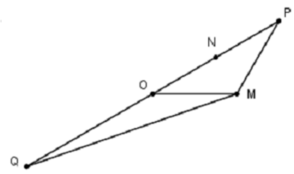
Câu 31: Đáp án

Phương pháp: Tìm các điểm biểu diễn và đưa về bài toán hình học.

Cách giải : Đặt $z_3=iz_2\Rightarrow z_3^2=-z_2^2\Rightarrow S=\left|z_1^2+4z_2^2\right|=\left|z_1^2-4z_3^2\right|=\left|z_1-2z_3\right|\left|z_1+2z_3\right|$

M, N là các điểm biểu diễn cho $z_1,z_3\Rightarrow OM=2,ON=\left|z_3\right|=\left|iz_2\right|=i.\left|z_2\right|=\sqrt{3}$

Gọi P là điểm biểu diễn cho $2z_3$ và Q là điểm biểu diễn cho $-2z_3$, ta có N là trung điểm của OP và P, Q đối xứng nhau qua O. Khi đó $S=MP.MQ$



Áp dụng định lí Cosin trong ΔOMP có:

$$MP^2=OP^2+OM^2-2OP.OM.\cos30=12+4-2.2\sqrt{3}.2.\frac{\sqrt{3}}{2}=4\Rightarrow MP=2$$

Áp dụng định lí Cosin trong ΔOMQ có:

$$MQ^2=OM^2+OQ^2-2OM.OQ.\cos150^0=4+12+2.2.2\sqrt{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{7}$$

$$\Rightarrow S=MP.MQ=2.2\sqrt{7}=4\sqrt{7}$$

Câu 32: Đáp án A

Phương pháp: Dựa vào các đường tiệm cận và các điểm đi qua của đồ thị hàm số.

Cách giải:

Đồ thị hàm số $y=\frac{ax+b}{x+c}$ có đường TCĐ $x=-c\Rightarrow-c=1\Leftrightarrow c=-1$, TCN $y=a\Rightarrow a=-1$

Đồ thị hàm số đi qua $\left(0;-1\right)\Rightarrow-2=\frac{b}{c}\Rightarrow b=-2c=2$

$$\Rightarrow T=a-3b+2c=-1-3.2+2\left(-1\right)=-9$$

Câu 33: Đáp án A

Phương pháp: Đặt $\sin x = a, \cos x = b$

Cách giải: Đặt $\sin x = a, \cos x = b$ ta có $a^2 + b^2 = 1$

Khi đó $y = \left|a + b + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right| = \left|\frac{ab(a+b) + a^2 + b^2 + a + b}{ab}\right| = \left|\frac{ab(a+b) + a + b + 1}{ab}\right|$

Đặt $t = a + b \in \left[-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right] \Rightarrow t^2 = a^2 + b^2 + 2ab = 1 + 2ab \Rightarrow ab = \frac{t^2 - 1}{2}$, khi đó ta có :

$$y = \left|t + \frac{2(t+1)}{t^2 - 1}\right| = \left|t + \frac{2}{t-1}\right| = \left|t - 1 + \frac{2}{t-1} + 1\right|$$

Nếu $t - 1 > 0 \Rightarrow t - 1 + \frac{2}{t-1} + 1 \ge 2\sqrt{2} + 1 \Rightarrow y \ge 2\sqrt{2} + 1$

Nếu

$$t - 1 < 0 \Rightarrow \frac{1}{t-1} + 1 - t \ge 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{t-1} + t - 1 \le 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{1}{t-1} + t - 1 + 1 \le 1 - 2\sqrt{2} \Rightarrow y \ge 2\sqrt{2} - 1$$

Vậy $y \ge 2\sqrt{2} - 1$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow (1-t)^2 = 2 \Leftrightarrow t = 1 - \sqrt{2}\,(t < 0)$

$$\Rightarrow \sin x + \cos x = 1 - \sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 - \sqrt{2} \Leftrightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$$

Câu 34: Đáp án C

Phương pháp : Xác định hàm số $f'(x)$ từ đó tính được $f(x) = \int f'(x)dx$

Cách giải : Ta dễ dàng tìm được phương trình parabol là

$$y = 3x^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 1 \Rightarrow f(x) = \int f'(x)dx = x^3 + x + C$$

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ $\Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = x^3 + x$

$$\Rightarrow f(4) = 68;\ f(2) = 10 \Rightarrow H = 58$$

Câu 35: Đáp án C

Phương pháp :

+) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $m - 2$:

$$y = f'(m-2)(x - m + 2) + y(m-2)\ (d)$$

+) Xác định các giao điểm của d và các đường tiệm cận $\Rightarrow_2; y_1$

+) Thay vào phương trình $x_2 + y_1 = -5$ giải tìm các giá trị của m.

Cách giải: TXĐ: $D = R \setminus \{-2\}$

Ta có $y' = \frac{3}{(x+2)^2} \Rightarrow y'(m-2) = \frac{3}{m^2}; y(m-2) = \frac{m-2-1}{m-2+2} = \frac{m-3}{m}$

=>Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $m-2$ là:

$y = \frac{3}{m^2}(x-m+2) + \frac{m-3}{m}(d)$

Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có đường TCN $y=1$ và tiệm cậm đứng $x=-2$

$*y(-2) = \frac{3}{m^2}(-m) + \frac{m-3}{m} = \frac{-3}{m} + \frac{m-3}{m} + \frac{m-6}{m} \Rightarrow A\left(-2; \frac{m-6}{m}\right) \Rightarrow y_1 = \frac{m-6}{m}$

$*1 = \frac{3}{m^2}(x-m+2) + \frac{m-3}{m} \Rightarrow \frac{3(x-m+2)}{m^2} = 0$

$\Leftrightarrow x - m + 2 = m \Leftrightarrow x = 2m-2 \Rightarrow B(2m-2;1) \Rightarrow x_2 = 2m-2$

$\Rightarrow x_2 + y_1 = 2m - 2 + \frac{m-6}{m} = -5 \Leftrightarrow 2m^2 - 2m + m - 6 = -5m$

$\Leftrightarrow 2m^2 + 4m - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-3 \end{array}\right. \Rightarrow S = \{1;-3\} \Rightarrow 1^2 + (-3)^2 = 10$

Câu 36: Đáp án B

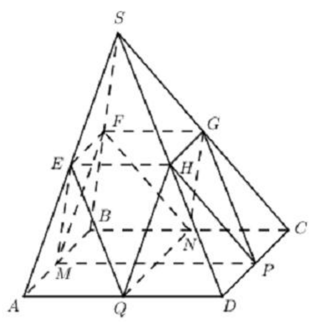
Phương pháp:

Gọi các trung điểm của các cạnh bên và các cạnh đáy.

Tìm các mặt phẳng cách đều 5 điểm S, A, B, C, D.

Cách giải:

Gọi E; F; G; H lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, SD và M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, DA .



Ta có thể tìm được các mặt phẳng cách đều 5 điểm S, A, B, C, D là $(EFGH);(EFNQ);(GHQN);(FGPM);(EHPM)$

Câu 37: Đáp án B

Phương pháp: Xét các trường hợp:

TH1: $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 5$

TH2: $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 6$

TH3: $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 7$

Cách giải:

TH1: $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6 = 5$, ta có $0+5 = 1+4 = 2+3 = 5$

- Nếu $(a_1;a_2)=(0l5)\Rightarrow$ có 1 cách chọn (a_1a_2)

Có 2 cách chọn (a_3a_4), 2 số này có thể đổi vị trí cho nhau nên có 4 cách chọn.

Tương tự (a_5a_6) có 2 cách chọn.

=>Có 8 số thỏa mãn.

- Nếu $(a_1;a_2)\neq(0;5)\Rightarrow$ có 2 cách chọn (a_1a_2),2 số này có thể đổi vị trí cho nhau nên có 4 cách chọn.

Có 2 cách chọn (a_3a_4), 2 số này có thể đổi vị trí cho nhau nên có 4 cách chọn.

Tương tự (a_5a_6) có 2 cách chọn.

=>Có 32 số thỏa mãn.

Vậy TH1 có: $8+32=40$ số thỏa mãn.

TH2: $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=6$, ta có $0+6=1+5=2+4=6$

Tương tự như TH1 có 40 số thỏa mãn.

TH3: $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=7$, ta có $1+6-2+5=3+4=7$

Có 3 cách chọn (a_1a_2), hai số này có thể đổi chỗ cho nhau nên có 6 cách chọn.

Tương tự có 4 cách chọn (a_3a_4) và 2 cách chọn (a_5a_6).

Vậy TH3 có $6.4.2=48$ số thỏa mãn.

Vậy có tất cả $40+40+48=128$ số có 6 chữ số khác nhau thỏa mãn $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6$

Để viết một số có 6 chữ số khác nhau bất kì có $6.6.5.4.3.2=4320$ số.

Vậy $p=\frac{128}{4320}=\frac{4}{135}$

Câu 38: Đáp án A

Phương pháp :

+) Nhóm các tổ hợp có chỉ số dưới bằng nhau.

+) Sử dụng tổng $(1+n)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k=C_n^0+C_n^1+C_n^2+...C_n^n=2^n$

+) Sử dụng công thức tính tổng của cấp số nhân.

+) Để S là số có 1000 chữ số thì $10^{999}\leq S\leq 10^{1000}$

Cách giải:

$$S=2+\left(C_1^0+C_2^0+...+C_n^0\right)+\left(C_1^1+C_2^1+...+C_n^1\right)+...+\left(C_{n-1}^{n-1}+C_n^{n-1}\right)+C_n^n$$

$$S=2+\left(C_1^0+C_1^1\right)+\left(C_2^0+C_2^1+C_2^2\right)+\left(C_3^0+C_3^1+C_3^2+C_3^3\right)+...+\left(C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n\right)$$

Xét tổng $(1+n)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ...C_n^n = 2^n$

Từ đó ta có: $S = 2 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + ... + 2^n = 2 + \frac{2(1-2^n)}{1-2} = 2 + 2(2^n - 1) = 2^{n+1}$

Để S là số có 1000 chữ số thì

$10^{999} \le 2^{n+1} \le 10^{1000} \Leftrightarrow \log_2 10^{999} - 1 \le n \le \log_2 10^{1000} - 1 \Leftrightarrow 3317,6 \le n \le 3320,9$

n là số nguyên dương $\Rightarrow n \in \{3318; 3319; 3320\}$

Câu 39: Đáp án A

Phương pháp: Chia cả 2 vế cho 3^x, đặt $t = \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x$, tìm điều kiện của t.

Đưa về bất phương trình dạng $m \ge f(t) \forall t (a;b) \Rightarrow m \ge \max_{t \in (a;b)} f(t)$

Cách giải :

$$m.3^{x+1} + (3m+2)(4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0 \Leftrightarrow 3m + (3m+2)\left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x + \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x > 0$$

Ta có $\frac{4-\sqrt{7}}{3}.\frac{4+\sqrt{7}}{3} = 1 \Rightarrow \left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x.\left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x = 1$

Đặt $t = \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x \left(0 < t < 1 \forall x \in (-\infty; 0)\right)$, khi đó phương trình trở thành

$$3m + (3m+2)\frac{1}{t} + t > 0 \Leftrightarrow \frac{t^2 + 3mt + (3m+2)}{t} > 0 \Leftrightarrow t^2 + 3mt + (3m+2) > 0 \forall t \in (0;1)$$

$$\Leftrightarrow 3m(t+1) + t^2 + 2 > 0 \forall t \in (0;1) \Leftrightarrow 3m > \frac{-t^2-2}{t+1} = f(t) \forall t \in (0;1)$$

$$\Rightarrow 3m \ge \max_{t \in (0;1)} f(t)$$

Ta có: $f'(t) = \frac{-2t(t+1) - (-t^2-2)}{(t+1)^2} = \frac{-t^2 - 2t + 2}{(t+1)^2} = 0 \Rightarrow t = -1 + \sqrt{3}$

$$f\left(-1+\sqrt{3}\right) = \frac{-6+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2 - 2\sqrt{3} = \max_{t \in (0;1)} f(t)$$

Vậy $3m \ge 2 - 2\sqrt{3} \Rightarrow m \ge \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$

Câu 40: Đáp án D

Phương pháp :

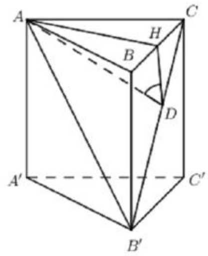
+) Kẻ $AD \perp B'C$, xác định góc giữa mặt phẳng $(AB'C)$ và mặt phẳng $(BCC'B')$

+) Tính BB'.

+) Tính thể tích khối lăng trụ và suy ra thể tích AB'CA'C'

Cách giải :

Gọi H là trung điểm của BC ta có $AH \perp BC \Rightarrow AH \perp (BCC'B') \Rightarrow AH \perp B'C$



Trong $(AB'C)$ kẻ $AD \perp B'C$

$\Rightarrow B'C \perp (AHD) \Rightarrow B'C \perp HD$

Ta có: $\begin{cases} (AB'C) \cap (BCC'B') = B'C \\ (AB'C) \supset AD \perp B'C \\ (BCC'B') \supset HD \perp B'C \end{cases} \Rightarrow ((AB'C);(BCC'B')) = (AD;HD) = ADH$

Ta có $AH = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2} \Rightarrow HD = AH.\cot 60 = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Dễ thấy $\Delta CBB'$ đồng dạng với $\Delta CDH(g.g)$

$$\Rightarrow \frac{BB'}{HD} = \frac{CB'}{CH} \Rightarrow \frac{BB'}{\frac{a\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{6a^2 + BB'^2}}{\frac{a\sqrt{6}}{2}} \Leftrightarrow \sqrt{3}BB' = \sqrt{6a^2 + BB'^2} \Leftrightarrow 2BB'^2 = 6a^2 \Leftrightarrow BB' = a\sqrt{3}$$

Ta có: $AB = AC = \dfrac{BC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2}AB.AC = \dfrac{3a^2}{2}$

$$\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = BB'.S_{ABC} = a\sqrt{3}.\frac{3a^2}{2} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$$

$$V_{AB'CA'C} + V_{B'.ABC} = V_{ABC.A'B'C'} \Rightarrow V_{AB'CA'C'} - V_{B'.ABC} = V_{ABC.A'B'C'} - \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}$$

$$\Rightarrow V_{AB'CA'C'} = \frac{2}{3}.\frac{3\sqrt{3}a^3}{2} = a^3\sqrt{3}$$

Câu 41: Đáp án A

Phương pháp : Sử dụng phương pháp đổi biến, đặt $x = a - t$.

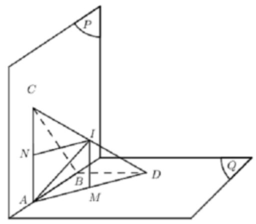
Cách giải : Đặt $x = a - t \Rightarrow dx = -dt$. Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = a \\ x = a \Rightarrow t = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow I=-\int_a^0 \frac{1}{1+f(a-t)}dt=\int_0^a \frac{1}{1+f(a-x)}dx=\int_0^a \frac{1}{1+\frac{1}{f(x)}}dx=\int_0^a \frac{f(x)}{1+f(x)}dx$$

$$\Rightarrow f(x)=1\Rightarrow I=\int_0^a \frac{1}{2}dx=\left.\frac{x}{2}\right|_0^a=\frac{a}{2}$$

Câu 42: Đáp án D

Phương pháp : Áp dụng phương pháp xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp.



Cách giải : Ta có : $\begin{cases}(P)\perp(Q)\\(P)\cap(Q)=\Delta\Rightarrow AC\perp(Q)\\(P)\supset AC\perp\Delta\end{cases}$

Gọi I là trung điểm của AD, do ΔBD vuông tại nên M là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔBD.

Gọi N là trung điểm của AC.

Qua M kẻ đường thẳng d song song với AC $\Rightarrow d\perp(ABD)$

Qua N kẻ đường thẳng d’ song song với AD $\Rightarrow d'\perp AC$

Gọi $I=d\cap d'\Rightarrow$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD có bán kính $R=IA$

Ta có: $AM=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+a^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2};AN=\frac{a}{2}\Rightarrow AI=\sqrt{\frac{a^2}{2}+\frac{a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 43: Đáp án B

Phương pháp : Chia hai trường hợp :

TH1 : Học sinh TWO làm được 2 trong số 3 bài trong đề thi.

TH2 : Học sinh TWO làm được cả 3 bài trong đề thi.

Cách giải : $|\Omega|=C_{2n}^3$

TH1 : Học sinh TWO làm được 2 trong số 3 bài trong đề thi. Có $C_n^2.C_n^1$ cách.

TH2 : Học sinh TWO làm được cả 3 bài trong đề thi. Có C_n^3 cách.

Gọi A là biến cố học sinh TWO không phải thi lại

$$\Rightarrow |A|=C_n^2.C_n^1+C_n^3\Rightarrow P(A)=\frac{|A|}{|\Omega|}=\frac{C_n^2.C_n^1+C_n^3}{C_{2n}^3}$$

Đến đây chọn một giá trị bất kì của n rồi thay vào là nhanh nhất, chọn $n=10$, ta tính được

$P(A)=\frac{1}{2}$

Câu 44: Đáp án A

Phương pháp:

+) Viết phương trình mặt phẳng (ABC) ở dạng đoạn chắn, thay tọa độ điểm M vào pt mặt phẳng (ABC).

+) (ABC) tiếp xúc với mặt cầu (S) tâm I bán kính $R \Leftrightarrow d(I;(ABC)) = R$

Cách giải:

$$(ABC): \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$$

$$M\left(\frac{1}{7};\frac{2}{7};\frac{3}{7}\right)\in(ABC)\Rightarrow \frac{1}{7a}+\frac{2}{7b}+\frac{3}{7c}=1\Leftrightarrow \frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=7$$

(ABC) tiếp xúc với mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=\sqrt{\frac{72}{7}}$

$$\Rightarrow d(I;(ABC))=R\Leftrightarrow \frac{\left|\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}-1\right|}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=\sqrt{\frac{72}{7}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{6}{\sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}}=\sqrt{\frac{72}{7}}\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}}=\frac{\sqrt{14}}{2}\Rightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{7}{2}$$

Câu 45: Đáp án B

Phương pháp: Sử dụng công thức ứng dụng của tích phân để tính diện tích hình phẳng.

Cách giải: Xét phương trình hoành độ giao điểm $\sin x=\cos x\Leftrightarrow \tan x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi$

TH1: $a=\frac{\pi}{4}\Rightarrow S=\left|\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\sin x-\cos x)dx\right|=\sqrt{2}-1\Rightarrow$ không thỏa mãn

TH2: $a=\frac{\pi}{2}\Rightarrow S=\left|\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\sin x-\cos x)dx\right|+\left|\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}(\sin x-\cos x)\right|=\sqrt{2}-1+\sqrt{2}-1=2\sqrt{2}-2\Rightarrow$ không thỏa mãn

TH3: $a\in\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$

$$\Rightarrow S=\left|\int_0^{\frac{\pi}{4}}(\sin x-\cos x)dx\right|+\left|\int_{\frac{\pi}{4}}^{a}(\sin x-\cos x)\right|=\sqrt{2}-1+\left|(-\cos x-\sin x)\Big|_{\frac{\pi}{4}}^{a}\right|$$

$$\Rightarrow S=\sqrt{2}-1+\left|-\cos x-\sin a+\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right|=\frac{1}{2}\left(-3+4\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)$$

$$\Leftrightarrow\left|-\cos a-\sin a+\sqrt{2}\right|=-\frac{1}{2}+\sqrt{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\cos a-\sin a+\sqrt{2}=-\frac{1}{2}+\sqrt{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\\-\cos a-\sin a+\sqrt{2}=\frac{1}{2}-\sqrt{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos a+\sin a=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\\\cos a+\sin a=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}+2\sqrt{2}\,(\text{ktm})\left((\sin a+\cos a)\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]\right)\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow a=\frac{\pi}{3}\left(a\in\left[\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right]\right)\approx 1,04\in\left(\frac{51}{50};\frac{11}{10}\right)$$

Câu 46: Đáp án B

Phương pháp:

+) Tìm điều kiện để phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn ĐKXĐ.

+) Viết phương trình đường thẳng AB. Để A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow C\in AB$

Cách giải: TXĐ: $D=R\setminus\{|m|\}$

Ta có:

$$y'=\frac{(2x-|m|)(x-|m|)-x^2+|m|x-4}{(x-|m|)^2}=\frac{x^2-2|m|x+m^2-4}{(x-|m|)^2}=0\Leftrightarrow(x-|m|)^2=4$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2+|m|\Rightarrow y=|m|+4\Rightarrow A(2+|m|;4+|m|)\\x=-2+|m|\Rightarrow y=|m|-4\Rightarrow B(-2+|m|;-4+|m|)\end{array}\right.$$

=> Đồ thị hàm số luôn có hai điểm cực trị A, B phân biệt.

Đường thẳng AB có phương trình:

$$\frac{x-2-|m|}{-4}=\frac{y-4-|m|}{-8}\Leftrightarrow 2x-4-2|m|=y-4-|m|\Leftrightarrow y=2x-|m|$$

Để $A,B,C(4;2)$ phân biệt thẳng hàng $\Leftrightarrow C\in AB\Rightarrow 2=4.2-|m|\Leftrightarrow|m|=6$

Khi đó ta có: $B(4;2)\equiv C\Rightarrow$ không thỏa mãn.

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47: Đáp án A

Phương pháp:

Đặt $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)$, tính đạo hàm của hàm số $y=f(x)$

Xét hàm số $h(x)=\frac{f'(x)}{f(x)}$ và chứng minh $f''(x).f(x)-[f'(x)]^2<0\forall x\notin\{x_1;x_2;x_3;x_4\}$

Cách giải: Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt nên

$$f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)$$

$$\Rightarrow f'(x)=a(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)+a(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)$$
$$+a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)+a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$$

$$f'(x)=f(x)\left(\frac{1}{x-x_1}+\frac{1}{x-x_2}+\frac{1}{x-x_3}+\frac{1}{x-x_4}\right)\forall x\notin\{x_1;x_2;x_3;x_4\}\Rightarrow f'(x)\neq 0\,\forall x\notin\{x_1;x_2;x_3;x_4\}$$

Đặt $h(x)=\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{1}{x-x_1}+\frac{1}{x-x_2}+\frac{1}{x-x_3}+\frac{1}{x-x_4}\forall x\notin\{x_1;x_2;x_3;x_4\}$

Ta có

$$h'(x)=\frac{f''(x).f(x)-[f'(x)]^2}{f^2(x)}=\frac{-1}{(x-x_1)^2}+\frac{-1}{(x-x_2)^2}+\frac{-1}{(x-x_3)^2}+\frac{-1}{(x-x_4)^2}<0\forall x\notin\{x_1;x_2;x_3;x_4\}$$

$$\Rightarrow f''(x).f(x)-[f'(x)]^2<0\forall x\notin\{x_1;x_2;x_3;x_4\}$$

$$\Rightarrow g(x)=[f'(x)]^2-f''(x).f(x)>0\forall x\notin\{x_1;x_2;x_3;x_4\}$$

Khi $f(x)=0\Rightarrow f'(x)\neq 0\Rightarrow g(x)=[f'(x)]^2-f''(x).f(x)\neq 0$

Vậy đồ thị hàm số $y=g(x)=[f'(x)]^2-f(x).f''(x)$ không cắt trục Ox.

Câu 48: Đáp án A

Phương pháp: Sử dụng phương pháp tích phân từng phần tính $F(x)$

Cách giải:

$$F(x)=f(x)=\frac{x^2}{\cos^2x}-\int\frac{x}{\cos^2x}dx+C=\frac{x^2}{\cos^2x}-\int xd(\tan x)+C$$

$$F(x)=\frac{x^2}{\cos^2x}-x\tan x+\int\tan dx+C=\frac{x^2}{\cos^2x}-x\tan x+\int\frac{\sin x}{\cos x}dx+C$$

$$F(x)=\frac{x^2}{\cos^2x}-x\tan x-\int\frac{d(\cos x)}{\cos x}+C=\frac{x^2}{\cos^2x}-x\tan x-\ln|\cos x|+C$$

$$F(0)=C=0\Rightarrow F(x)=\frac{x^2}{\cos^2x}-x\tan x-\ln|\cos x|$$

$$F(x)=\int xf'(x)dx=\int xd(f(x))=xf(x)-\int f(x)dx+C$$

$$\tan a=3\Rightarrow \frac{1}{\cos^2 a}=\tan^2 a+1=10\Leftrightarrow \cos a=\frac{1}{\sqrt{10}}\left(a\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)\right)$$

$$\Rightarrow F(a)=10a^2-3a-\ln\frac{1}{\sqrt{10}}\Rightarrow F(a)-10a^2+3a=-\ln\frac{1}{\sqrt{10}}=-\frac{1}{2}\ln\frac{1}{10}=\frac{1}{2}\ln 10$$

Câu 49: Đáp án D

Phương pháp: Đưa khoảng cách từ M đến (SAC) về khoảng cách từ H đến (SAC).

Cách giải: Gọi H là trung điểm của AB ta có $SH\perp(ABCD)$

Ta có $(SC;(ABCD))=(SC;HC)=SCH=45^0$

=> ΔSHC vuông cân tại H $\Rightarrow SH=HC=\sqrt{BC^2+BH^2}=\frac{a\sqrt{17}}{2}$

$$d(M;(SAC))=\frac{1}{2}d(D;(SAC))=\frac{1}{2}d(B;(SAC))=d(H;(SAC))$$

Trong (ABD) kẻ $HI\perp AC$, trong (SHI) kẻ $HK\perp SI$ ta có:

$$\begin{cases}AC\perp HI\\ AC\perp SH\end{cases}\Rightarrow AC\perp(SHI)\Rightarrow AC\perp HK\Rightarrow HK\perp(SAC)\Rightarrow d(H;(SAC))=HK$$

Ta có $\Rightarrow \Delta AHI\sim\Delta ACB(g.g)\Rightarrow \frac{HI}{BC}=\frac{AH}{AC}\Rightarrow HI=\frac{2a.\frac{a}{2}}{a\sqrt{5}}=\frac{a}{\sqrt{5}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{HK^2}=\frac{1}{SH^2}+\frac{1}{HI^2}=\frac{1}{\frac{17a^2}{4}}+\frac{1}{\frac{a^2}{5}}=\frac{89}{17a^2}\Rightarrow HK=\frac{a\sqrt{17}}{\sqrt{89}}=\frac{a\sqrt{1513}}{89}$$

Câu 50: Đáp án B

Phương pháp : Đặt $z_1=a+bi(a;b\in R)$

$|z_1-z_2|=|z_1-iz_1|=|(1-i)z_1|=\sqrt{2}|z_1|=\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}$, tìm GTLN của $\sqrt{a^2+b^2}$

Cách giải : Đặt $z_1=a+bi(a;b\in R)$

$$|z_1-z_2|=|z_1-iz_1|=|(1-i)z_1|=\sqrt{2}|z_1|=\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}$$

$$|a+bi+1-i|=2\Leftrightarrow(a+1)^2+(b-1)^2=4\Leftrightarrow a^2+b^2+2(a-b)=2$$

$$\Rightarrow 2(a-b)=2-(a^2+b^2)$$

$$\Rightarrow 4(a-b)^2=(a^2+b^2)^2-4(a^2+b^2)+4$$

Ta có : $(a+b)^2\geq 0\Leftrightarrow a^2+b^2+2ab\geq 0\Leftrightarrow 2(a^2+b^2)\geq a^2+b^2-2ab=(a-b)^2$

$\Rightarrow \left(a^2+b^2\right)^2-4\left(a^2+b^2\right)+4\le 8\left(a^2+b^2\right)$

$\Leftrightarrow \left(a^2+b^2\right)^2-12\left(a^2+b^2\right)+4\le 0$

$\Rightarrow 6-4\sqrt{2}\le a^2+b^2\le 6+4\sqrt{2}\Rightarrow \sqrt{a^2+b^2}\le 2+\sqrt{2}$

$\Rightarrow \left|z_1-z_2\right|=\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}\le 2\sqrt{2}+2$